



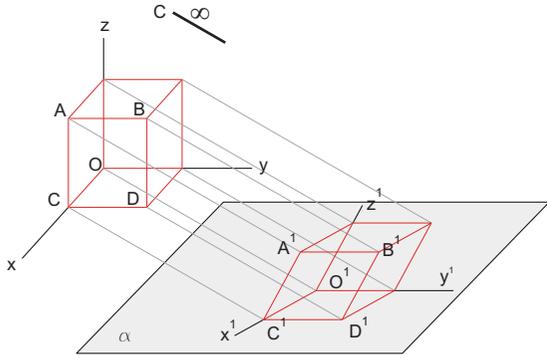
ACCADEMIA DI BELLE ARTI PALERMO
Ministero dell'Università e della Ricerca · Alta Formazione Artistica e Musicale

l'assonometria

04 corso tecniche di rappresentazione dello spazio

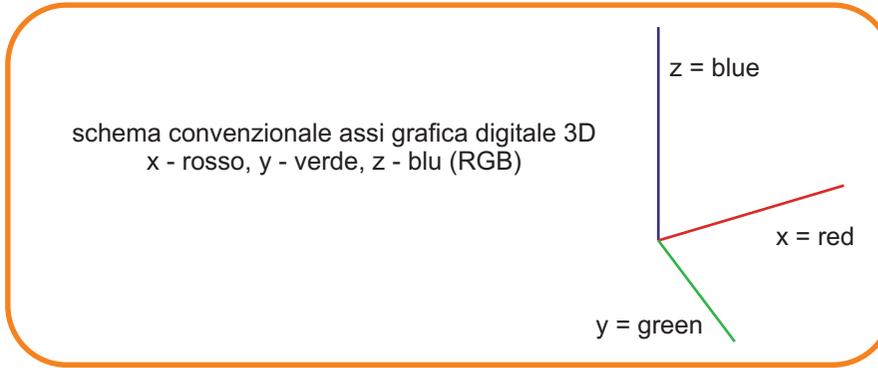
docente Arch. Emilio Di Gristina

le proiezioni assonometriche - generalità, assi dell'assonometria e triangolo delle tracce

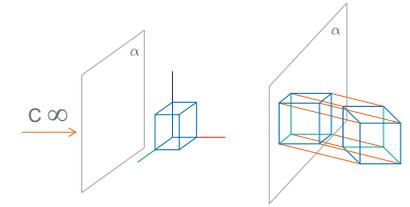


assonometria, dal greco áxon = asse e métron = misura, è la "misura" in relazione agli assi

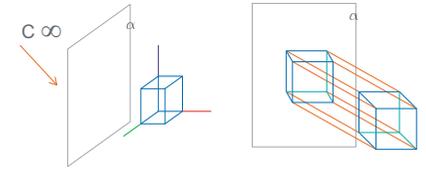
schema generale delle proiezioni



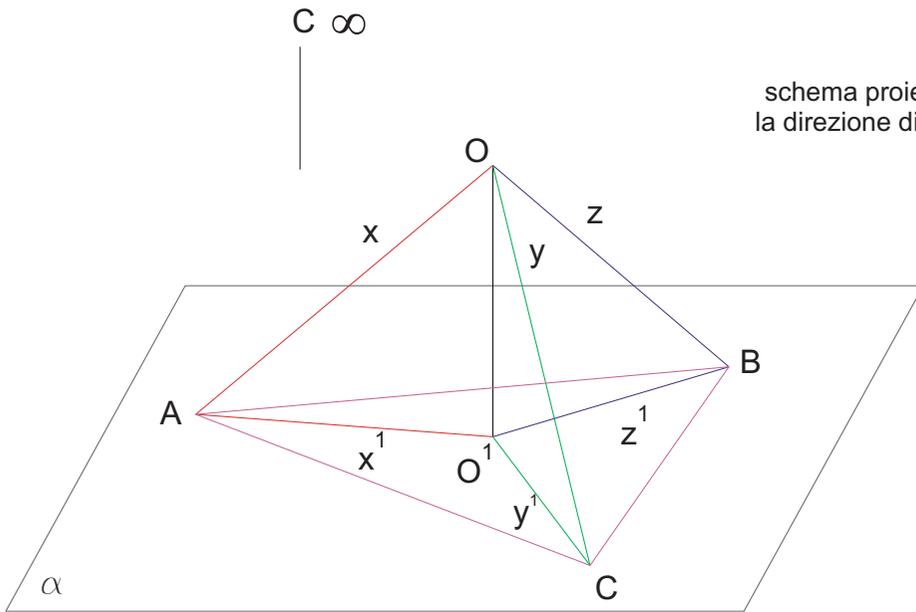
schema convenzionale assi grafica digitale 3D
x - rosso, y - verde, z - blu (RGB)



l'assonometria è detta **ortogonale** se:
la direzione dei raggi visuali è perpendicolare al quadro assonometrico

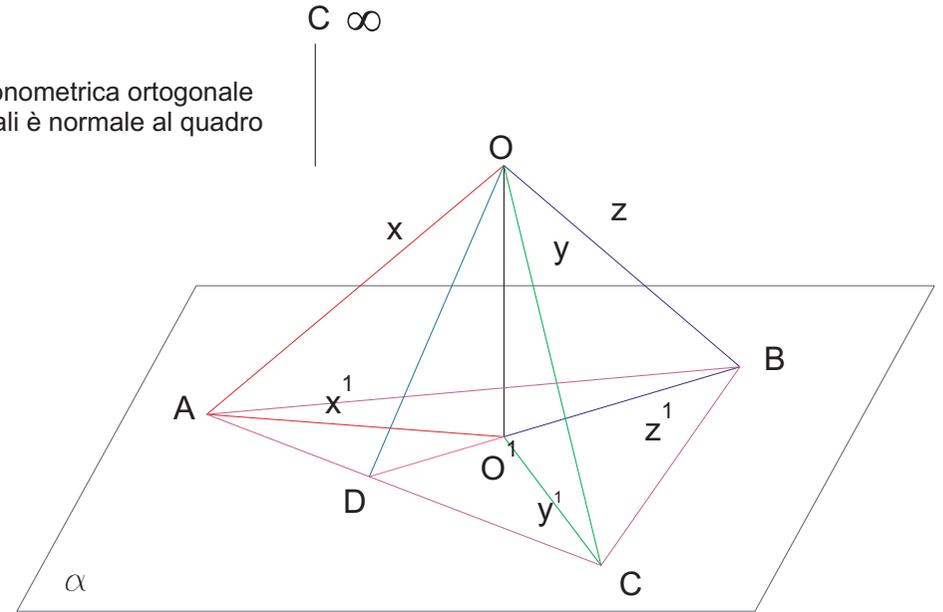


l'assonometria è detta **obliqua** se:
la direzione dei raggi visuali è inclinata rispetto al quadro assonometrico



$x^1 y^1 z^1 =$ assi dell'assonometria
A B C = vertici del *triangolo delle tracce*

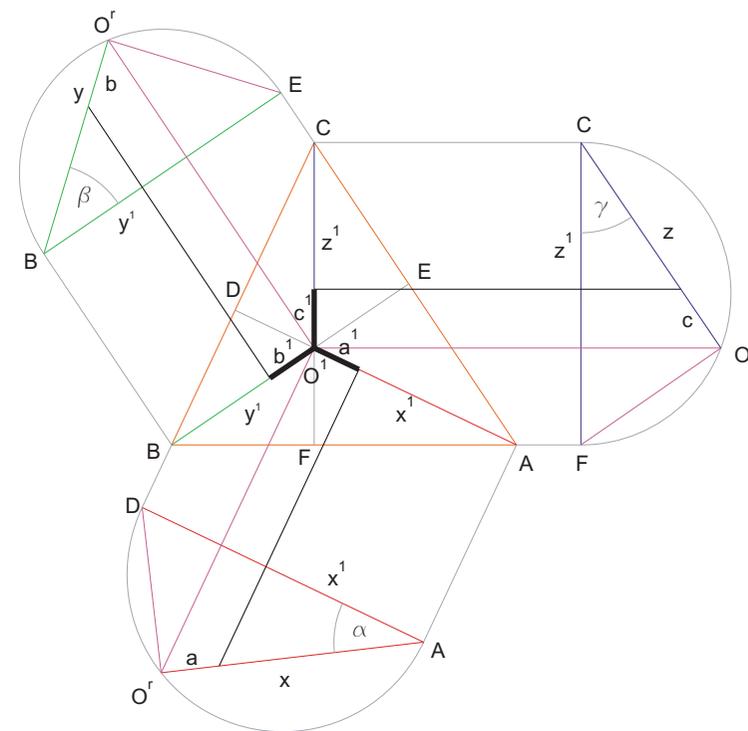
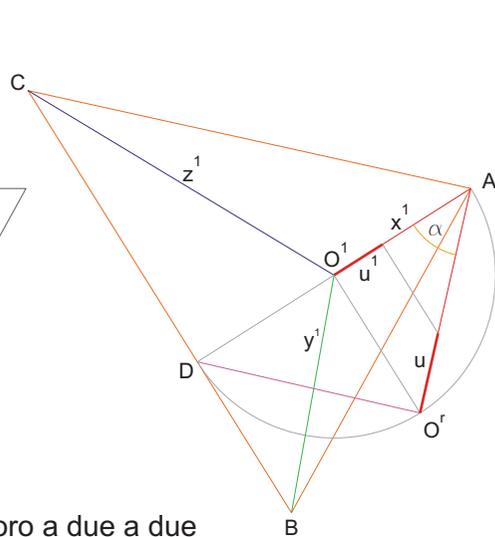
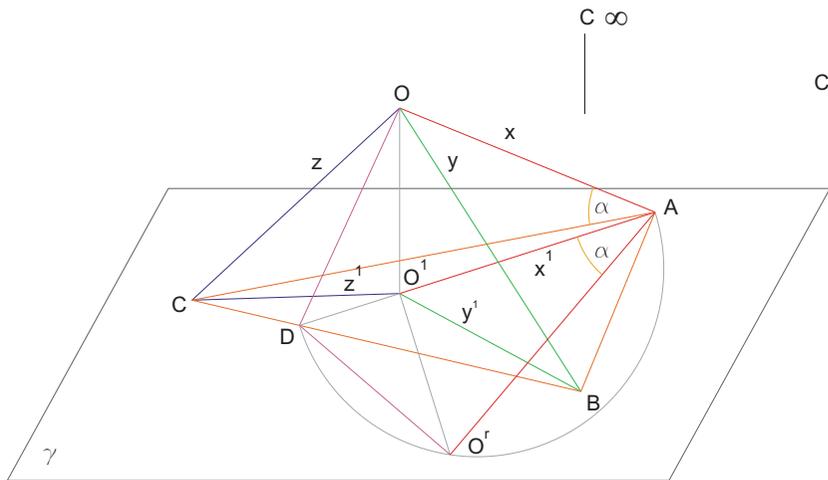
schema proiezione assonometrica ortogonale
la direzione di raggi visuali è normale al quadro



nel **triangolo delle tracce** le altezze sono le proiezioni degli assi x, y, z
di conseguenza l'origine degli assi assonometrici O^1 è il suo ortocentro
il triangolo A B C è acutangolo

le sue altezze, e quindi gli assi $x^1 y^1 z^1$, formano angoli ottusi

le proiezioni assonometriche - angoli di orientamento e inclinazione e tabella dei valori più utilizzati



gli angoli che formano gli assi dell'assonometria $x^1 y^1 z^1$ tra loro a due a due

($z^1 y^1$ $x^1 z^1$ $y^1 x^1$) sono gli **angoli di orientamento**

gli angoli che formano gli assi x, y, z con il piano di proiezione sono chiamati **angoli di inclinazione**

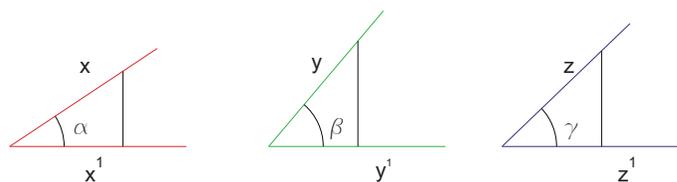
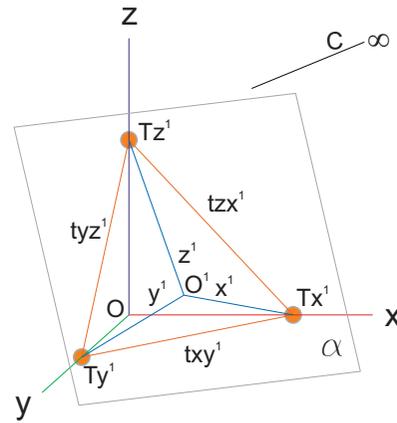


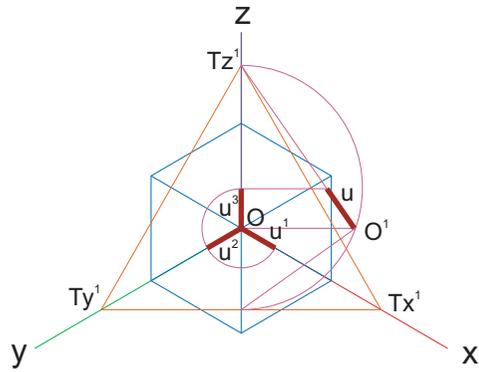
tabella delle terne di valori dei sistemi assonometrici più usati

tipo di assonometria	angoli di orientamento			angoli di inclinazione			rapporto di accorciamento		
	$z^1 y^1$	$x^1 z^1$	$y^1 x^1$	α	β	γ	$\cos \alpha$	$\cos \beta$	$\cos \gamma$
assonometria isometrica	120°	120°	120°	35°	35°	35°	0,816	0,816	0,816
assonometria dimetrica	131° 1/2	97°	131° 1/2	19° 1/2	62°	19° 1/2	0,94	0,47	0,94
assonometria trimetrica	108°	95°	157°	27° 1/2	60° 1/2	10°	0,89	0,49	0,98

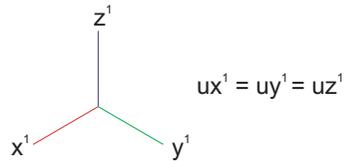
le proiezioni assonometriche - varianti delle assonometrie ortogonali, schemi isometrica, dimetrica e trimetrica



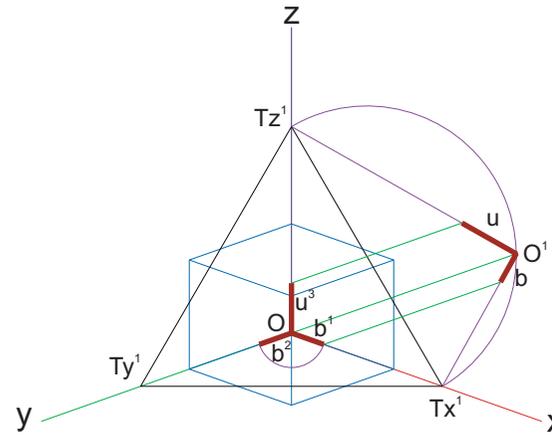
x, y, e z assi
 $x^1 y^1$ e z^1 assi dell'assonometria
 α piano quadro
 tzx, txy, tzy lati del triangolo delle tracce
 $Tx^1 Ty^1$ e Tz^1 vertici del triangolo delle tracce



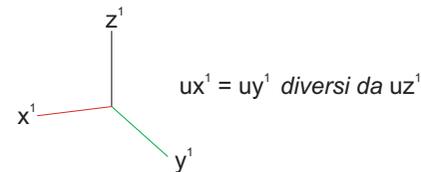
se il triedro interseca il piano assonometrico in modo da formare un triangolo delle tracce equilatero, l'assonometria si dice isometrica o monometrica e l'unità di misura si proietta in tre segmenti uguali tra di loro.



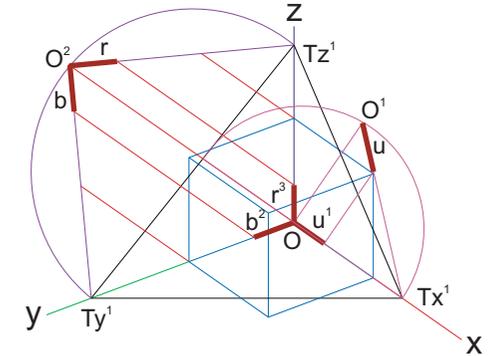
isometrica o monometrica: stessa unità di misura sui tre assi



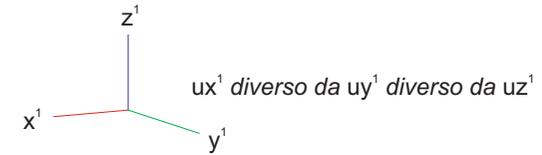
se il triedro interseca il piano assonometrico in modo da formare un triangolo delle tracce isoscele, l'assonometria si dice dimetrica; si ha un sistema di assi con due angoli al centro uguali: l'unità di misura si proietta in due segmenti uguali tra loro e uno diverso.



dimetrica: due unità di misura uguali e una diversa

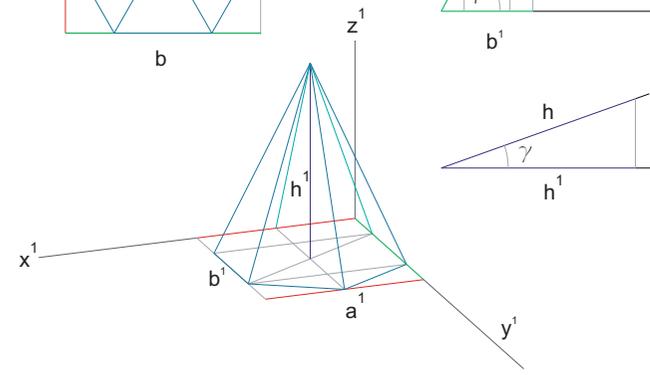
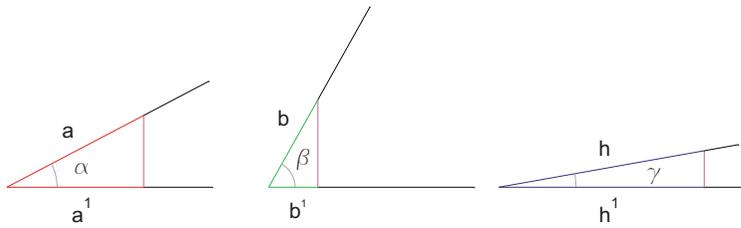
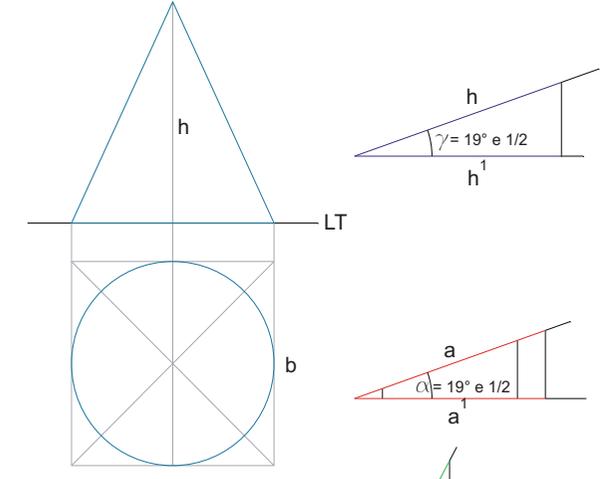
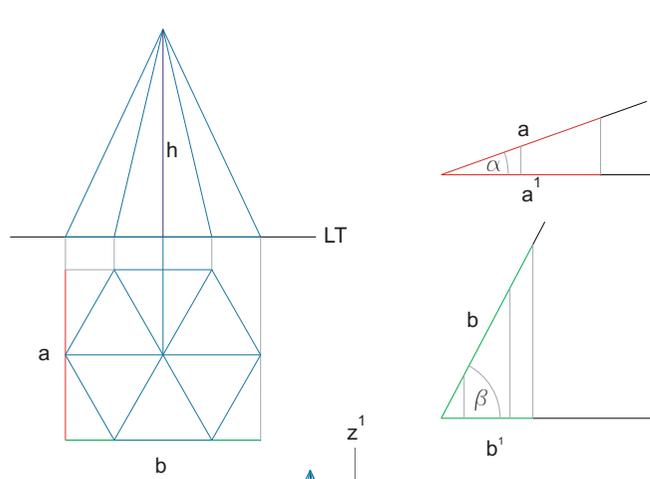
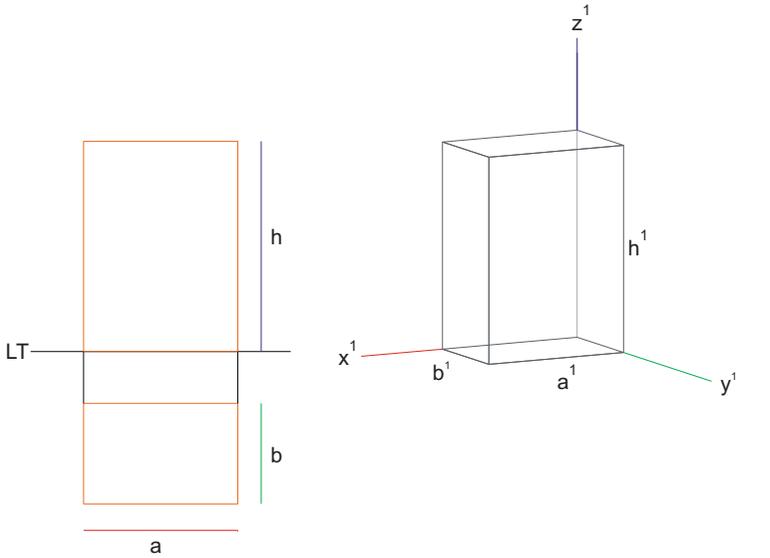


se il triedro interseca il piano assonometrico in modo da formare un triangolo delle tracce scaleno, l'assonometria si dice trimetrica; l'unità di misura si proietta in segmenti minori dell'unità di misura e diversi tra loro.



trimetrica: tre diverse unità di misura

le proiezioni assonometriche - esempi assonometria trimetrica e dimetrica

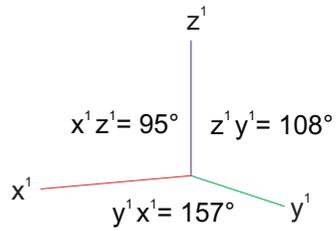


esempio di assonometria trimetrica

$$\alpha = 27^\circ \text{ e } 1/2$$

$$\beta = 60^\circ \text{ e } 1/2$$

$$\gamma = 10^\circ$$

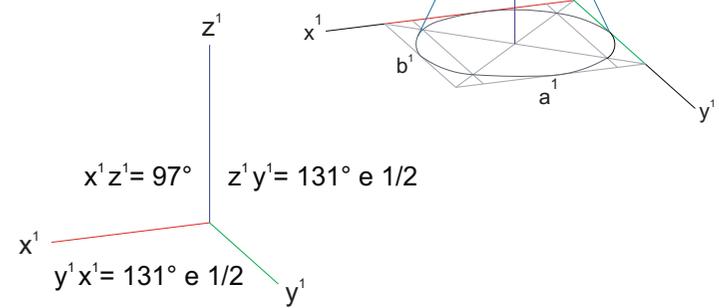


esempi di assonometrie dimetriche

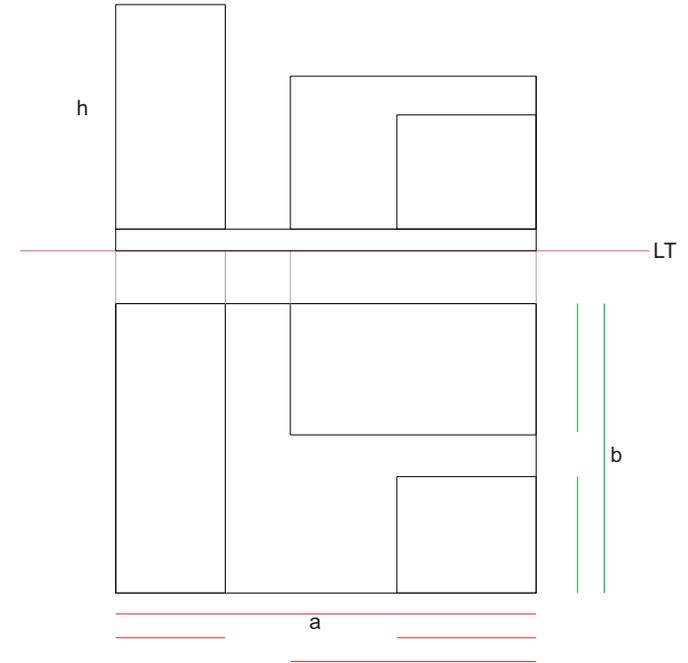
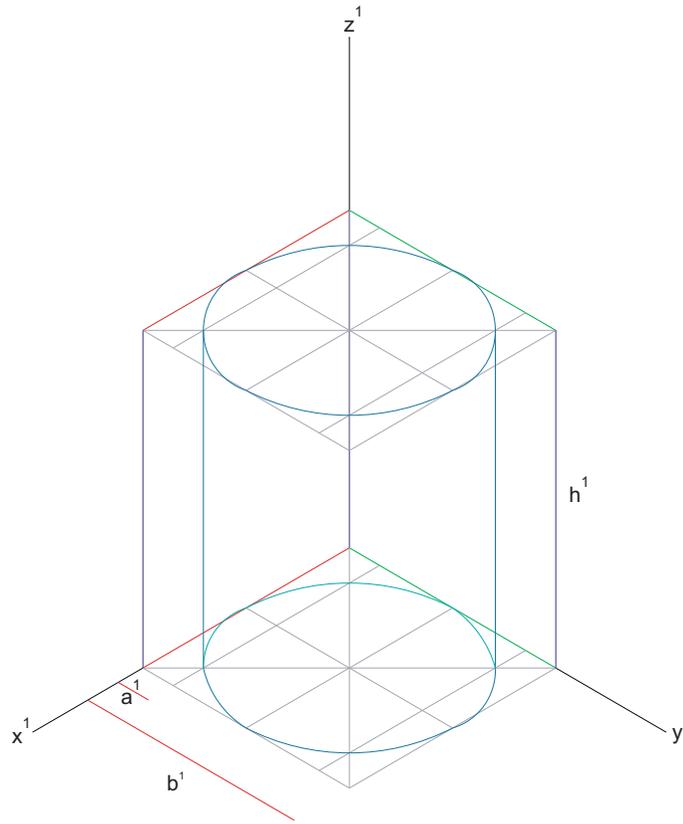
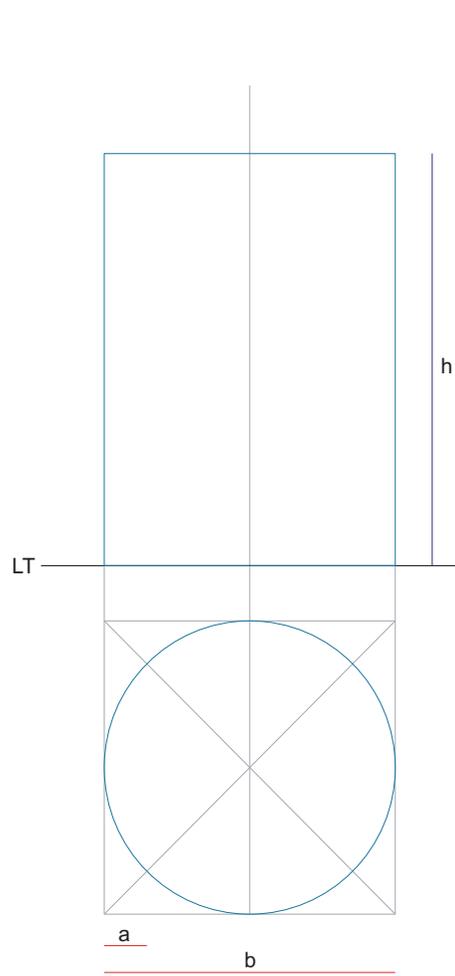
$$\alpha = 19^\circ \text{ e } 1/2$$

$$\beta = 62^\circ$$

$$\gamma = 19^\circ \text{ e } 1/2$$

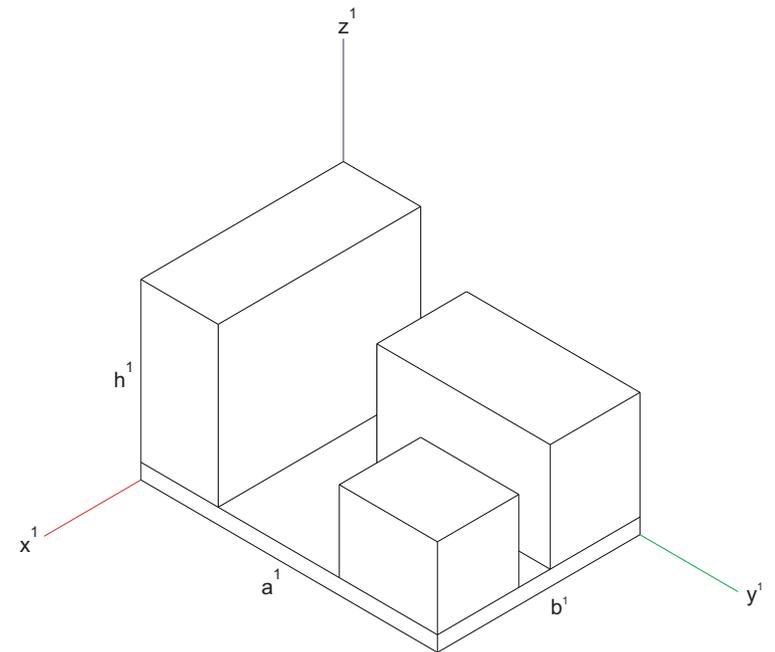
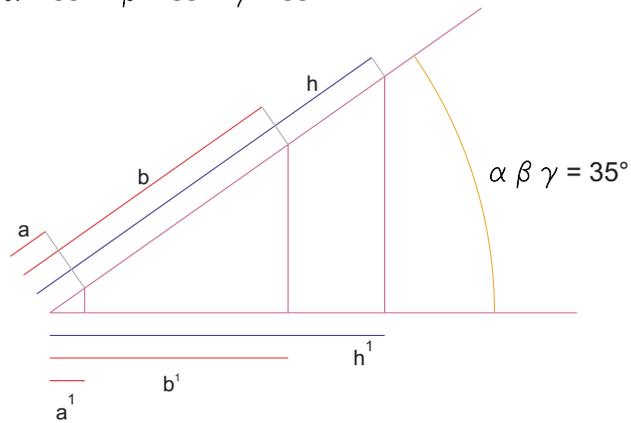
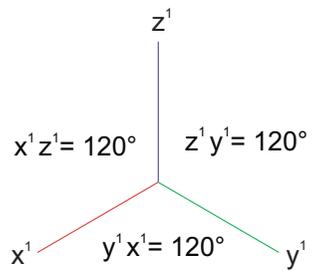


le proiezioni assonometriche - esempi assonometria isometrica



esempio di assonometria isometrica

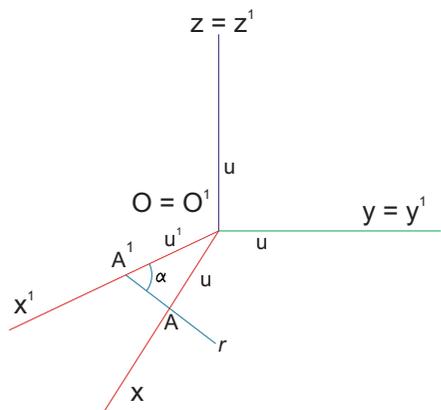
$$\alpha = 35^\circ \quad \beta = 35^\circ \quad \gamma = 35^\circ$$



esempio di assonometria isometrica di un insieme di volumi

le proiezioni assonometriche - l'assonometria Cavaliera

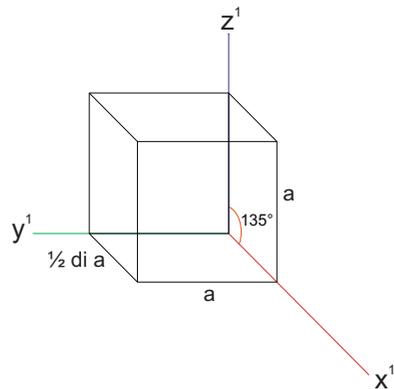
cavaliera poiché venne codificata da Bonaventura Francesco Cavalieri matematico italiano vissuto nella prima metà del '600



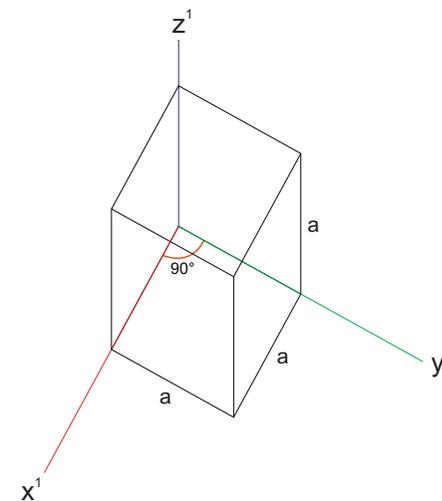
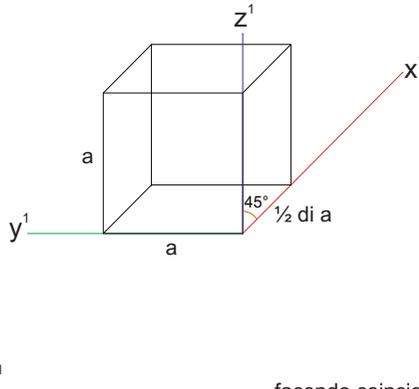
se l'angolo α è uguale a 45° non si hanno variazioni poiché \cotg di $45^\circ = 1$
 se l'angolo α è uguale a 63° si applica una riduzione di $\frac{1}{2}$ per avere una rappresentazione gradevole

l'angolo che x^1 forma con z^1 , che sia di 135° o 45° , determina l'assonometria Cavaliera dall'alto o dal basso

assonometria Cavaliera dall'alto



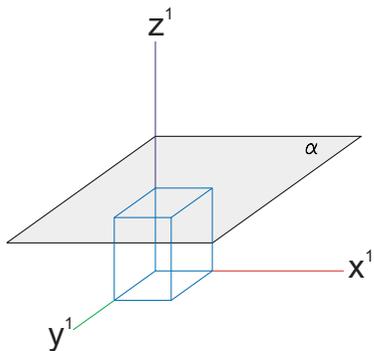
assonometria Cavaliera dal basso



facendo coincidere il piano del quadro con il piano coordinato x^1 , considerando i raggi proiettanti con un'inclinazione di 45° : gli assi x^1 e y^1 formeranno un angolo retto e l'asse z^1 assumerà una posizione verticale, tutto senza variazioni poiché \cotg di $45^\circ = 1$

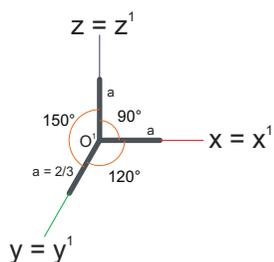
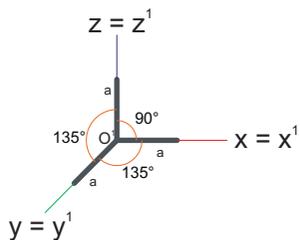
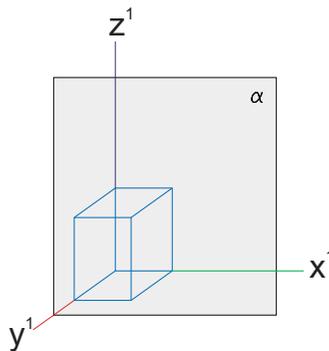
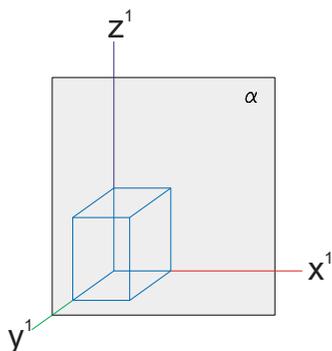
assonometria Cavaliera militare

dove il piano α è orizzontale, parallelo al piano xy



assonometria Cavaliera frontale

dove il piano α è verticale, parallelo al piano yz o xz



esempi di angoli utilizzabili per l'accorciamento dell'asse $y = 1$ o $1/3$ o $2/3$ della misura originaria

Le immagini prodotte dall'assonometria cavaliera risultano innaturali per l'occhio umano pertanto si usa ridurre, in genere della metà, le misure relative all'asse (z) perpendicolare al quadro: un'assonometria cavaliera che non utilizza la riduzione, né i calcoli che questa richiede, è detta rapida.

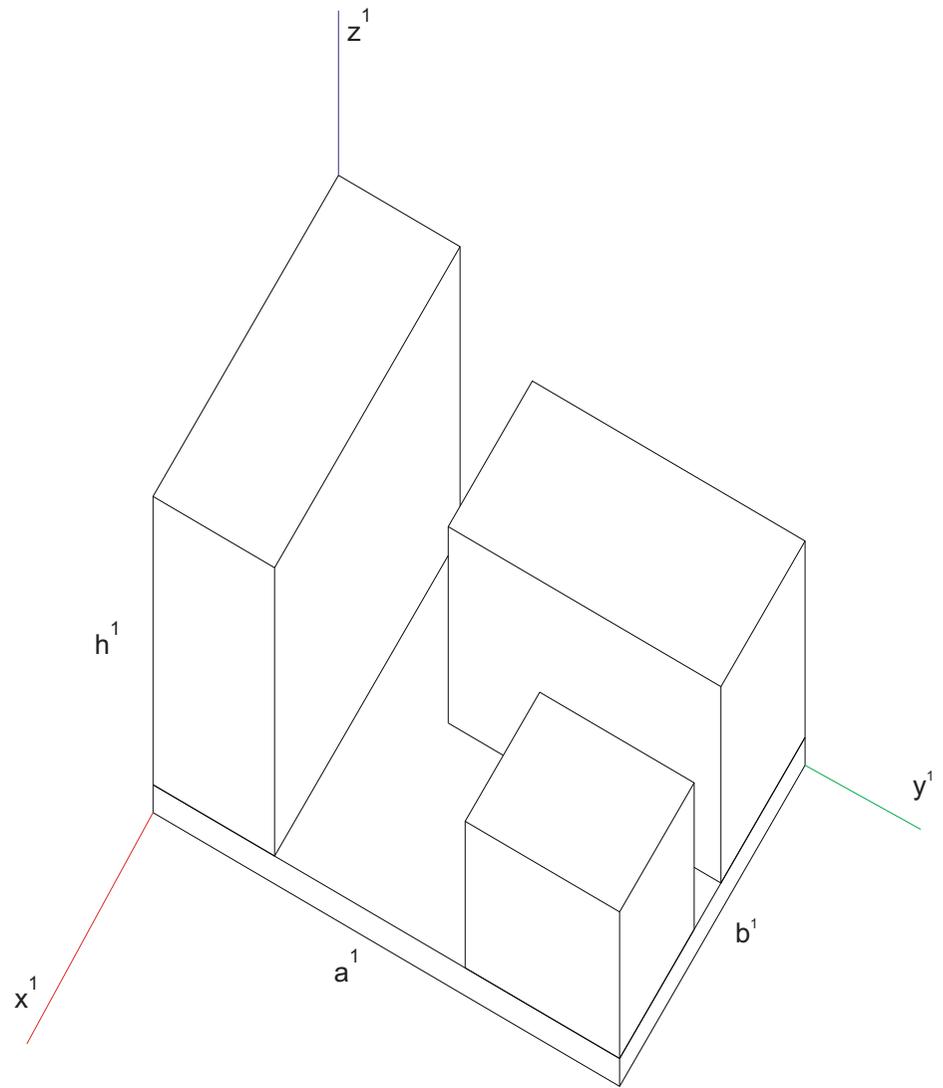
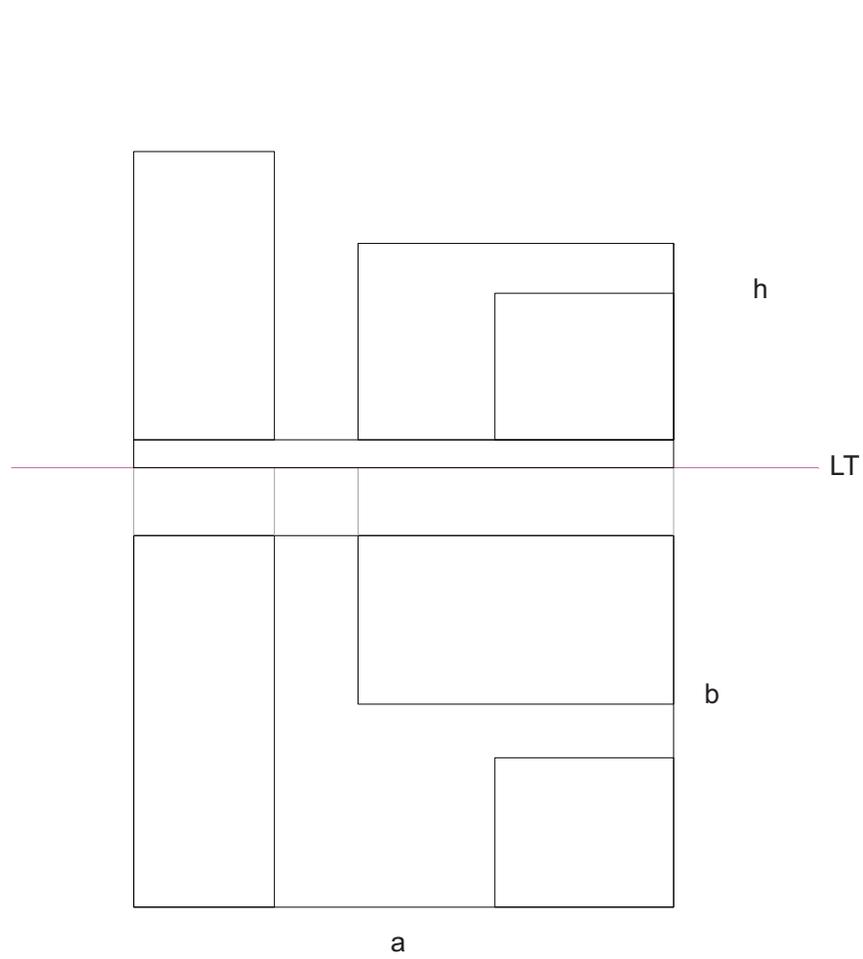
Si consideri per tal fine anche il **teorema di Pohlke** o teorema fondamentale dell'assonometria/geometria enunciato dal pittore e matematico tedesco Karl Wilhelm Pohlke nel 1860.

Il teorema di Pohlke asserisce che ogni tripla di vettori complanari, non allineati e di cui al più uno nullo, può essere ottenuta come proiezione di una tripla di vettori ortonormali nello spazio euclideo.

Questo risultato può venire interpretato in geometria descrittiva come: tre segmenti non allineati sul piano, aventi un estremo in comune, rappresentano sempre una proiezione di un sistema di riferimento, con le relative riduzioni assonometriche.

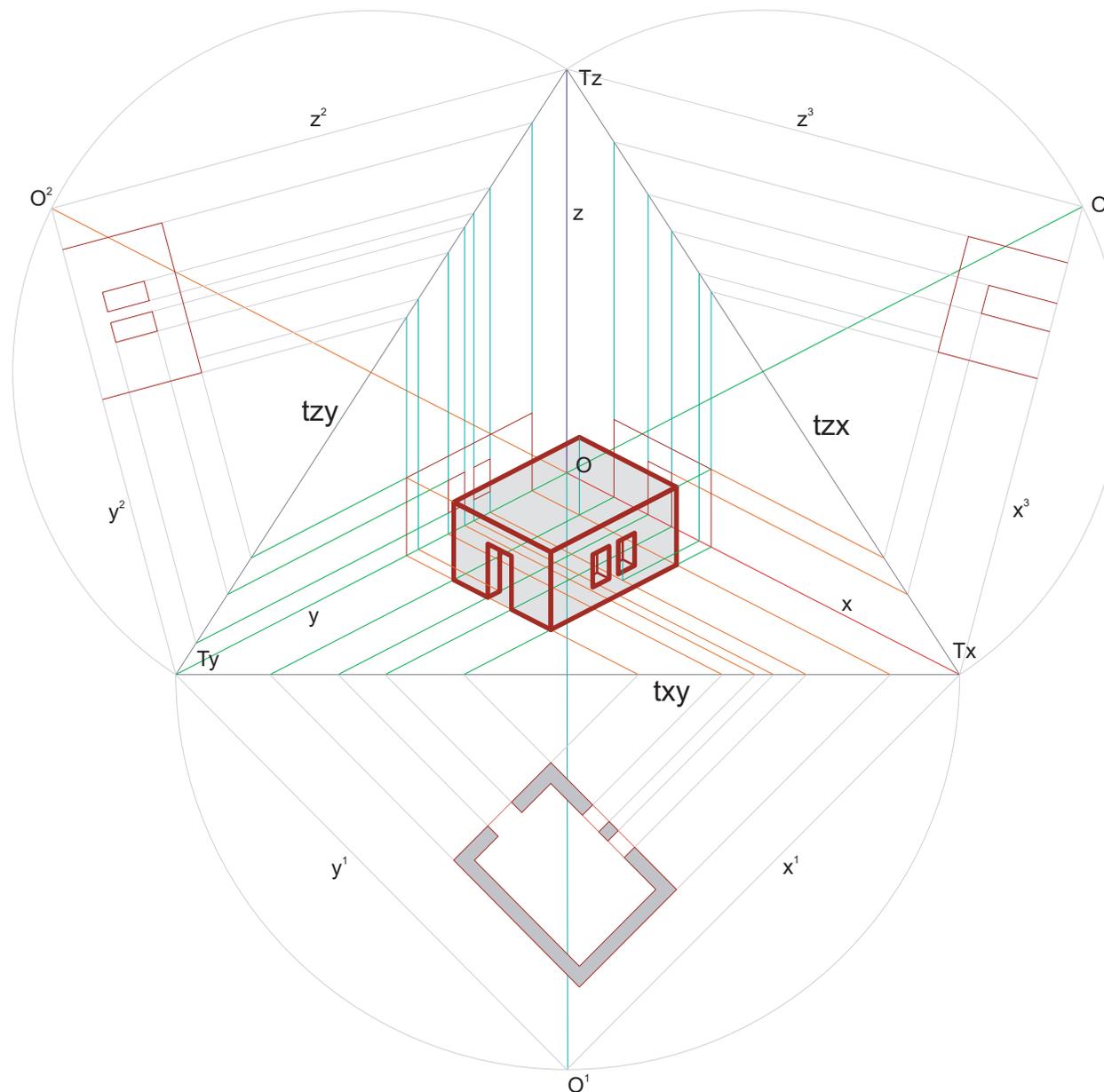
In altri termini, i tre segmenti possono essere utilizzati per rappresentare un cubo in modo assonometricamente corretto.

le proiezioni assometriche - l'assonometria Cavaliera esempio



esempio di assonometria di un insieme di volumi

le proiezioni assonometriche - l'assonometria e l'omologia



nel caso di proiezioni parallele, l'omologia di ribaltamento è un'affinità, e poiché la proiezione è ortogonale, si tratta di un'affinità ortogonale, avente per asse la retta txy comune al piano della figura e al quadro.

I punti O e O^1 sono corrispondenti e sono ancora corrispondenti le rette x e x^1 e y e y^1 nonché le relative coppie di punti impropri.

Tra le immagini xOy e $x^1O^1y^1$ c'è un'affinità omologica ortogonale, con asse txy , centro improprio U , punti corrispondenti OO^1 . Nel ribaltare i piani coordinati si avrà cura di ribaltare in vera forma anche gli elementi in essa contenuti.